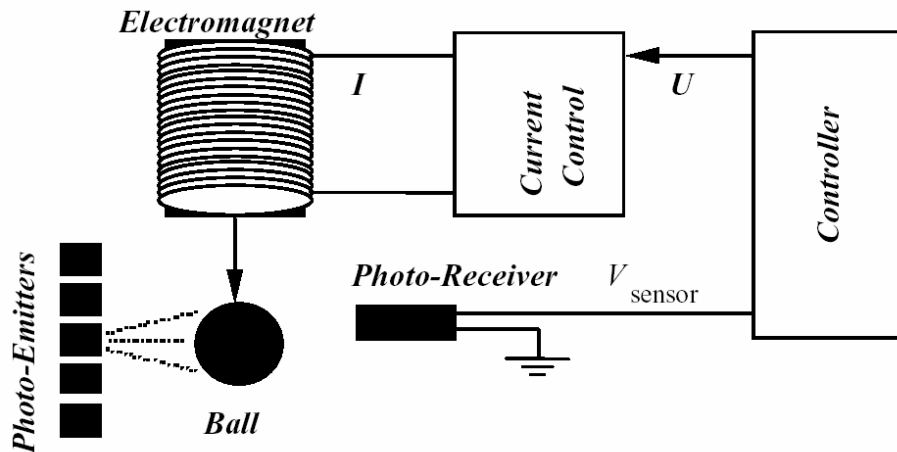


LAB : Magnetic Levitation System

본 실험에서는 자기 부상 장치에 대한 제어를 구현한다. 자기 부상장치는 비선형 특성을 가지고 있으며, 선형화된 시스템 방정식은 불안정한 특성을 가지고 있어서 제어가 쉽지 않은 시스템이다. 본 실험에서 대상으로 하는 시스템을 개념적으로 그리면 다음 그림과 같다.



이 시스템의 운동 방정식은 다음식과 같다.

$$m\ddot{x} = mg - k \frac{i^2}{x^2}$$

$$i = 0.15u + I_0$$

$$v = \gamma(x - X_0)$$

위 시스템의 parameter는 다음과 같으며,

m : ball mass

g : gravitational acceleration

γ : sensor gain

각 변수는 다음과 같다.

x : ball position from the magnet

i : input current for magnet

v : sensor output

u : voltage input for the current amplifier

평형 점에서 ball 이 정지해 있다고 가정하면, 이 조건에서 다음의 식이 성립한다.

$$k = \frac{mgX_0^2}{I_0^2}$$

위 시스템의 상태 방정식을 구하기 위해서 상태 변수를 다음과 같이 정의 한다.

$$\begin{aligned} x_1 &= v \\ x_2 &= \dot{v} = \gamma \dot{x} \end{aligned}$$

위의 변수를 이용하여 다음과 같은 비선형 상태 방정식을 세울 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, u) \\ f_2(x_1, x_2, u) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \gamma g - \frac{\gamma k (0.15u + I_0)^2}{m (x_1 / \gamma + X_0)^2} \end{bmatrix}$$

위의 비선형 상태 방정식을 평형점인

$$x_1 = 0, x_2 = 0, u = 0$$

을 중심으로 선형화 했을 때 선형 상태 방정식은 다음 식과 같다.

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x}_1 \\ \Delta \dot{x}_2 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{bmatrix} + B \Delta u$$

위의 식에서 각 시스템 matrix는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} A &= \left. \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \right|_{x_1=0, x_2=0, u=0} \\ &= \left. \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{2k}{m} (0.15u + I_0)^2 \left(\frac{x_1}{\gamma} + X_0\right)^{-3} & 0 \end{bmatrix} \right|_{x_1=0, x_2=0, u=0} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{2g}{X_0} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u} \end{bmatrix} \Big|_{x_1=0, x_2=0, u=0}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{0.3\gamma k (0.15u + I_0)}{m (x_1/\gamma + X_0)^2} \end{bmatrix} \Big|_{x_1=0, x_2=0, u=0} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{0.3\gamma g}{I_0} \end{bmatrix}$$

위의 선형화 된 시스템의 전달 함수는 다음과 같다.

$$G(s) = -\frac{\eta}{s^2 - \omega_0^2}$$

이 식에서

$$\eta = \frac{0.3\gamma g}{I_0}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2g}{X_0}}$$

위의 식에서 볼 수 있듯이, 선형화된 시스템은 양과 음의 실수 pole을 갖는 불안정한 시스템이다.

실험 장치의 모델링에 필요한 파라미터의 값들은 다음과 같다.

$$\gamma = 1000/3 \text{ V/m}$$

$$g = 9.8 \text{ m/sec}^2$$

$$I_0 = 0.817 \text{ A}$$

$$X_0 = 23/1000 \text{ m}$$

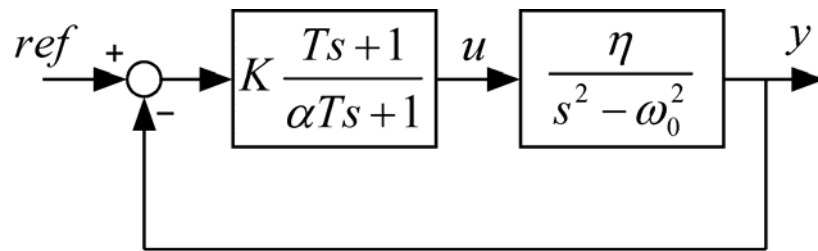
위의 값들을 이용하면 시스템의 전달 함수는 다음과 같이 구해진다.

$$\eta = 1200$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2g}{X_0}} = \sqrt{852} \text{ rad/sec}$$

$$G(s) = -\frac{1200}{s^2 - 852}$$

이 시스템에 대해서 다음과 같은 lead compensator를 구현해 본다. 여기에서, negative feedback에 필요한 - 부호는 이미 시스템의 모델 식에 포함이 되어 있으므로 제어기의 구현 식에서 negative feedback을 위해서 붙인 - 부호는 + 로 바꾸어야 함에 주의한다.



다음과 같은 세가지 경우의 lead compensator를 구현하여 step response를 구해 본다. 이때, 중력의 영향으로 인하여 ball은 reference 의 값보다 아래로 쳐지게 되므로, reference의 값은 -0.5 Volt에서 -1.0 Volt으로 변화하는 step reference로 정해야 ball이 sensor의 측정 범위를 벗어나지 않는다. 위치 센서의 측정 범위는 대략 -2~2 volt 정도이다.

$$D_1(s) = 2 \frac{0.01s + 1}{0.001s + 1}$$

$$D_2(s) = 2 \frac{0.02s + 1}{0.001s + 1}$$

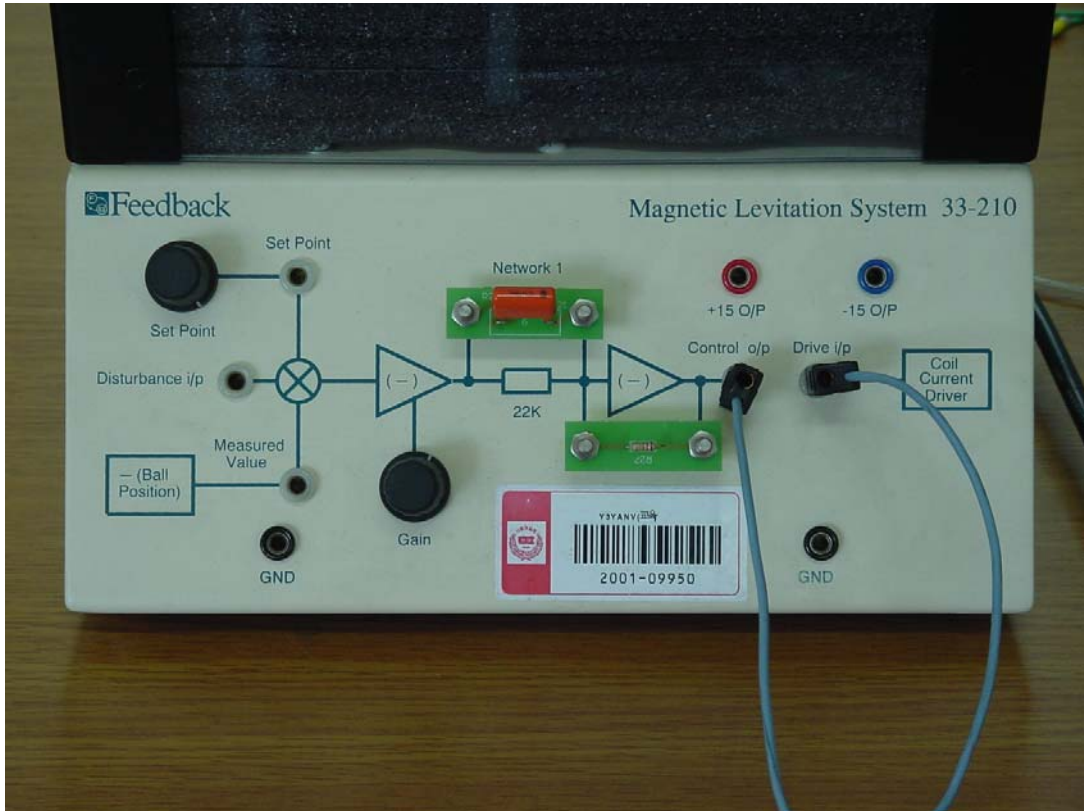
$$D_3(s) = 2 \frac{0.04s + 1}{0.001s + 1}$$

위의 각각의 경우에 대해서, Bode plot, step response의 simulation과 실험 결과를 구하여, phase margin의 변화에 따라서 응답이 어떻게 달라지는지 관찰하고, 또한 simulation과 실험 결과를 비교해 본다.

주의: ball 이 자석에 붙어 있거나 바닥에 떨어져 있는 경우, 제어기는 최대 값을 출력 하게 되므로 전자석이 과열하게 된다. 따라서 제어기가 연결된 상태에서 제어가 제대로 안되고 있을 때는 자기 부상 시스템의 전원을 꺼두는 것이 좋다.

실험에 사용될 실험 장치의 사용 방법은 다음과 같다.

- Magnetic levitation system은 자체에 analog controller 를 내장하고 있다. Digital 제어기를 적용하기 이전에, 먼저 analog 제어기를 이용하여 시험을 수행해 본다. Analog 제어기의 출력 단자를 전자석 코일의 입력 단자에 연결을 한후 전원을 넣으면, 제어기는 즉시 동작 하여 금속구가 공중에 뜨게 됨을 관측할 수 있다.



- 금속구가 공중에 뜬 상태에서 제어기의 Set Point 값을 변화하여, 이 값의 변화에 따라서 금속구의 부상 위치가 변화함을 관측하시오. 이때, 위치 센서의 단자 (Measured Value)에 오실로스코프나 디지털 멀티 미터를 연결하여, 금속구의 상하 이동에 따라서 센서에서 출력되는 전압이 어느 방향으로 증가 혹은 감소하는지를 관측하시오.
- Analog 제어기를 동작 시키고 금속구를 부상시킨 상태에서, AD converter의 입력 단자에 센서의 출력 단자(Measured Value)를 연결하고, 금속구의 위치 센서 값이 정상적으로 AD converter에 입력 됨을 확인하시오. 이때, analog controller의 reference input 값을 변화 시키면서, 이에 따라 위치 센서의 출력 값이 정상적으로 AD converter에 입력 됨을 확인해 보시오.
- Analog 제어기의 출력 단자(Control o/p)와 전자석 코일의 입력 단자(Drive i/p) 사이의 연결을 제거한후, DA converter의 출력을 전자석의 입력 단자(Drive i/p)에 연결하여, 디지털 제어기를 적용할 준비를 완료한다. (주의: Analog 제어기의 출력

단자를 연결한 상태에서, DA converter의 출력을 함께 연결하면, short circuit이 발생하여 회로에 손상이 발생할 수 있으므로 주의를 요함)

제출 결과물:

1. Step response - 실험 과 시뮬레이션
2. Bode plot